



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МАМИ»**

Кафедра физики

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.08

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ТЕЛА С ПОМОЩЬЮ
МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА**

Москва 2005 г.

Лабораторная работа N 108

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ТЕЛА С ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА

Цель работы: Экспериментальное определение момента инерции тела с помощью маятника Максвелла.

ВВЕДЕНИЕ

Моментом инерции системы материальных точек (тела) относительно оси вращения называется физическая величина равная сумме произведений масс материальных точек на квадрат их расстояний до рассматриваемой оси

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \quad (1)$$

Существуют методы, позволяющие определять момент инерции тела экспериментально, в данной работе для определения момента инерции используется маятник Максвелла.

Маятник Максвелла представляет собой диск наглухо насаженный на стержень с поперечным сечением радиуса r . Стержень подвешен на двух тонких

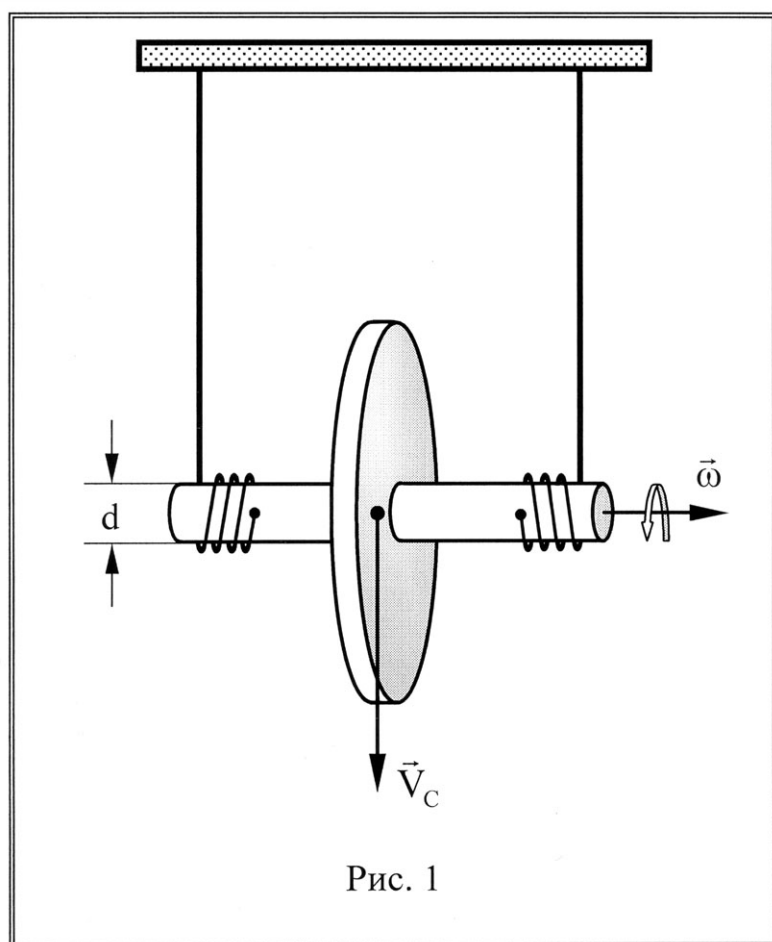


Рис. 1

нитех одинаковой длины. Если нити намотаны симметрично на стержень маятника, то под действием силы тяжести маятник начнет опускаться. При этом диск со стержнем совершает поступательное движение и вращается вокруг горизонтальной оси, проходящей через центр инерции системы. Во время движения вниз нити разматываются до полной длины. При этом раскрутившийся диск со стержнем продолжает вращательное движение в том же направлении по инерции и снова наматывает нити на стержень. Вследствие этого диск со стержнем начинает подниматься вверх. Дойдя до верхней точки, он снова опускается вниз и т.д. Диск со

стержнем будет совершать колебания вверх и вниз, такое устройство называется маятником. Полная кинетическая энергия маятника Максвелла равна сумме

кинетической энергии поступательного движения $\frac{mv_c^2}{2}$ и кинетической энергии вращательного движения $\frac{J\omega^2}{2}$, где v_c – скорость центра масс системы, J – момент инерции маятника относительно горизонтальной оси, проходящей через центр инерции системы, ω – угловая скорость вращения диска со стержнем.

Так как центр инерции системы опускается как раз настолько, насколько раскручиваются нити, перемещение центра инерции S и угол поворота диска φ связаны соотношением $S = r\varphi$, где r – радиус поперечного сечения стержня маятника. Дифференцируя это соотношение по времени

$\frac{dS}{dt} = r \frac{d\varphi}{dt}$ и учитывая, что $\frac{dS}{dt} = v$, $\frac{d\varphi}{dt} = \omega$ находим соотношение между линейной скоростью v_c и угловой скоростью ω , а именно $v_c = r\omega$

Пренебрегая силами трения в системе, на основании закона сохранения механической энергии можно записать, что потенциальная энергия маятника, поднятого на высоту H , (когда нити полностью намотаны на стержень) переходит в кинетическую энергию маятника (когда нити разматываются до полной длины).

$$mgH = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}. \quad (2)$$

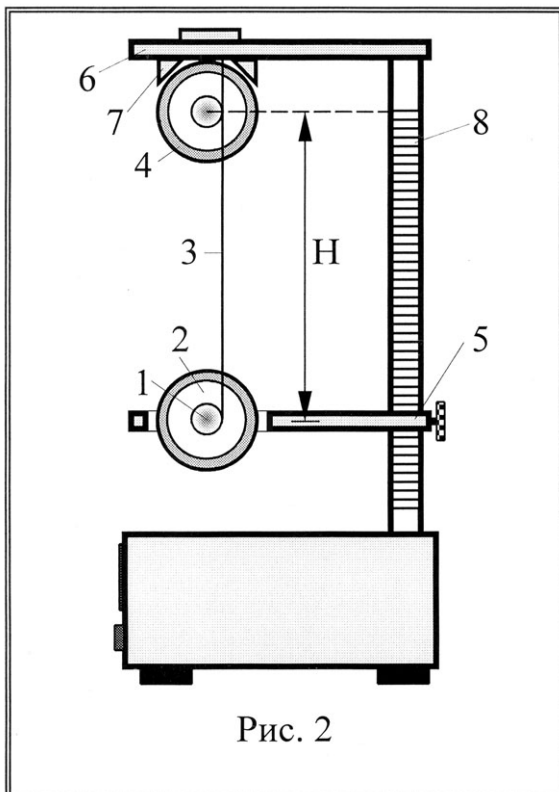


Рис. 2

Поступательное движение диска со стержнем является равноускоренным, так как сумма сил, действующих на систему при поступательном движении (сила тяжести mg и сила натяжения нитей T) в сумме остаются постоянными во время движения.

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Общий вид установки представлен на рис.2 (Вид сбоку). На диск маятника Максвелла (2) накладываются съемные кольца(4), момент инерции которых определяется. К стержню (1) прикреплены две тонкие нити одинаковой длины (3), при помощи которых система подвешивается к штативу. К вертикальной стойке прикреплены два кронштейна. Нижний кронштейн (5) может перемещаться по

стойке. На верхнем кронштейне (6) находится электромагнит (7) удерживающий стержень с диском (1) и кольцом в верхнем положении. Время падения маятника отсчитывается по секундомеру. Фотоэлектрический датчик на нижнем кронштейне автоматически выключает секундомер в тот момент, когда стержень с диском и кольцом проходит расстояние между кронштейнами. На стойке (8) нанесена миллиметровая шкала для определения высоты.

ВЫВОД РАСЧЕТНОЙ ФОРМУЛЫ

Расчетная формула для определения момента инерции J выводится на основе закона сохранения механической энергии (2) с учетом кинематических соотношений для равноускоренного движения (3,4,5)

$$v_c = r\omega, \quad (3)$$

$$v_c = \sqrt{2aH}, \quad (4)$$

$$H = \frac{at^2}{2}. \quad (5)$$

Решая совместно указанную систему уравнений, получим формулу для определения момента инерции маятника Максвелла J относительно горизонтальной оси, проходящей через центр инерции системы.

$$J = mr^2 \left(\frac{gt^2}{2H} - 1 \right), \quad (6)$$

где m – масса маятника Максвелла, r – радиус поперечного сечения стержня маятника, t – время падения маятника, H – расстояние, на которое сместиться центр инерции системы при раскручивании нити до полной длины.

Если на диске маятника Максвелла укреплено съемное кольцо, момент инерции маятника с кольцом J_1 определяется по формуле

$$J_1 = (m + m_k) r^2 \left(\frac{gt^2}{2H} - 1 \right),$$

где m_k – масса кольца, m – масса маятника Максвелла, t – время падения маятника с кольцом.

Момент инерции самого кольца J_k находим как разность между моментом инерции маятника с кольцом J_1 , и без него J : $J_k = J_1 - J$

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

А. Определение момента инерции маятника Максвелла.

1. Нажать клавишу «сеть».
2. Отжать клавишу «пуск».
3. Намотать на стержень маятника нити таким образом, чтобы нитки располагались равномерно «один к одному» и следить за тем, чтобы ось

маятника была горизонтальна. Прижать маятник к электромагниту.

4. Нажать клавишу «сброс».
5. Нажать клавишу «пуск».
6. Результаты измерения времени t и высоты H занести в таблицу 1. Измерение времени произвести 5 раз.
7. Измерить радиус поперечного сечения r и радиус диска R . Результаты занести в таблицу 1.

Таблица 1.

$m =$			$r =$	
№	t, c	$ \bar{t} - t_i , c$	H, m	$\Delta H, m$
1				
2				
3				
4				
5				
$J =$				

Б. Определение момента инерции кольца

1. На стержень маятника укрепить кольцо, момент инерции которого определяется.
2. Повторить измерения по пунктам 3 – 6.

Результаты измерений занести в таблицу 2.

Таблица 2.

$m =$			$r =$	
№	t, c	$ \bar{t} - t_i , c$	H, m	$\Delta H, m$
$J_k =$				

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

А. Определение момента инерции маятника.

1. Так как в данной работе $gt^2/2H \gg 1$, формула (7) для расчета момента инерции может быть упрощена: $J = mr^2 gt^2/2H$.
2. Найти относительную погрешность ε_J :

$$\varepsilon_J = \frac{\Delta J}{J} = \frac{\Delta m}{m} + 2 \frac{\Delta r}{r} + 2 \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta H}{H}.$$

3. Найти абсолютную погрешность $\Delta J = \varepsilon_J \cdot \bar{J}$.
4. Записать окончательный результат в виде $J = \bar{J} \pm \Delta \bar{J}$.

Б. Определение момента инерции кольца J_K .

1. Рассчитать момент инерции маятника Максвелла с укрепленным на нем кольцом $J_1 = (m + m_k) r^2 \left(\frac{gt^2}{2H} - 1 \right)$.
2. Найти относительную ошибку ε_{J1} :
3. Найти абсолютную ошибку ΔJ_1 : $\Delta J_1 = \varepsilon_{J1} \cdot \bar{J}_1$.
4. Записать результат в виде $J_1 = \bar{J}_1 \pm \Delta J_1$.
5. Рассчитать момент инерции кольца: $J_K = J_1 - J$.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется моментом инерции тела относительно оси вращения? В каких единицах он измеряется?
2. Что из себя представляет маятник Максвелла?
3. Выведите расчетную формулу для определения момента инерции тела на маятнике Максвелла,
4. Сформулируйте закон сохранения механической энергии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. М.: «Высшая школа». 1999 г.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: «Высшая школа». 2003г.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. М.: «Наука». 2001 г. Книги 1,4.
4. Сивухин Д.В. Общий курс физики. М.: «Наука». 2003. Т. I.

